Diese Fragen sollen mit ja/nein (in einer Zoom-Umfrage) beantwortet werden.
Die Bearbeitungszeit beträgt ca. 15 Sekunden pro Frage.

Für die Woche vom 2021-02-08.

Aufgabe 1. Entscheiden Sie unter den jeweiligen Annahmen ob die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig ist.

(a) $(\forall \epsilon \in \mathbb{R}_{>0})(\exists \delta \in \mathbb{R}_{>0})(\forall a, x \in \mathbb{R})\ |a - x| < \delta \implies |f(a) - f(x)| < \epsilon$.

(b) Es existiert eine Folge (f_n) von stetigen Funktionen $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sodass

$$(\forall \epsilon \in \mathbb{R}_{>0})(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N}_{\geq n_0}) \sup_{x \in X} d(f(x), f_n(x)) < \epsilon.$$

(c) $(\exists a \in \mathbb{R})(\exists \epsilon \in \mathbb{R}_{>0})(\forall \delta \in \mathbb{R}_{>0})(\exists x \in X)\ |a - x| < \delta$ und $|f(a) - f(x)| > \epsilon$.

(d) Für alle $a \in \mathbb{R}$ existiert der Grenzwert $\lim_{h \to 0, h \neq 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

(e) $f(-1) = -1$, $f(1) = 1$, und $f(\mathbb{R}) \cap \{0\} = \emptyset$.

(f) $f(x) = 0$ für $|x| > 1$ und f ist nicht gleichmäßig stetig.

(g) Für jedes offene Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$ ist das Urbild $f^{-1}(I) \subseteq \mathbb{R}$ offen.