

Testatreihe 5B

Testat 12(II). Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = (1, -1 - z, 0)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (0, 1, 1)$$

$$Q = (1, 1, 0)$$

$$R = (0, 0, 0)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich P von Q aus gesehen links von R befindet.

Lösung: $-\frac{7}{6}$

Testat 13(II). Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t) \cos(\phi), f(t) \sin(\phi))$ mit $0 \leq t \leq \infty$ und $0 \leq \phi \leq g(t)$ parametrisierten Fläche im \mathbb{R}^3 , wobei f und g durch

$$f(t) = 2 + \cosh(t)$$

$$g(t) = t \cdot \exp(-4 \cdot t)$$

gegeben sind

Lösung: $\frac{1813}{7200}$

Testat 1(III). Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen f zutrifft.

A f ist auf ganz \mathbb{C} holomorph.

B f ist auf \mathbb{C} bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

\mathbb{C} f ist auf einer dichten Teilmenge von \mathbb{C} holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \exp(\sin(\Re(z))^2) + \tan(\Im(z))$$

$$f(z) = \sinh(\cos(z)^2) - \log(e^2)$$

$$f(z) = \frac{z^3 - z}{\sinh(z) + i}$$

Lösung: X,A,B

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n^2}}{n^{2n^2} \cdot 6^n + (n^2)!^4}$$

Lösung: ∞

Testat 3(III). Man berechne das Kurvenintegral von

$$(3 + (1 + 2 \cdot i) \cdot \Re(z) + (-2 + 3 \cdot i) \cdot \Im(z)) \cdot \exp(z) dz$$

entlang folgender Kurve: Die Strecke von 0 nach 2.

Lösung: $(4 + 2 \cdot i) \cdot \exp(2) - 2 + 2 \cdot i$.

Testat 4(III) Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

$$\frac{\log(1+z) - z}{z^2}, \quad z = 0$$

$$\frac{\tan(z) - z}{z^2 \sinh(z)^2}, \quad z = 0$$

$$\log(z+5) + e^{\tan(z)}, \quad z = -\frac{3\pi}{2}$$

Lösung: H, P, W

Testat 5(III). Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{4 \cdot \cos(2z) - \exp(3z)}{2 \cdot \tan(z)}$$

an der Stelle 0.

Lösung: $\frac{3}{2}$.

Testat 6(III). Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 + 3 \cdot z^3 - z^2 - 3 \cdot z)} dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 2 und Mittelpunkt 0, mathematisch positiv durchlaufen.

Lösung: $\frac{3 \cdot e \cdot \pi \cdot i}{4} - \frac{2 \cdot \pi \cdot i}{3}$.

Testat 7(III). Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(z^4 - 18 \cdot z^2 + 81)}{((\exp(z) + 1) \cdot (z^4 + 2 \cdot z^3 - 3 \cdot z^2 - 4 \cdot z + 4))}$$

im Nullpunkt.

Lösung: 1.

Testat 8(III). Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{(-t - 4) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 13 \cdot t^3 + 59 \cdot t^2 + 107 \cdot t + 60)} dt.$$

Lösung: $\frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{3}\pi}{4} + \frac{\sqrt{5}\pi}{8}$.

Testat 9(III). Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{(-t + 5) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 12 \cdot t^3 + 53 \cdot t^2 + 102 \cdot t + 72)} dt.$$

Lösung: $-\frac{7\cdot\sqrt{3}\pi}{3} - \frac{7\cdot\sqrt{2}\pi}{2} + 9 \cdot \pi.$