

Übungsblatt 11

Aufgabe 1

Berechne die folgenden beiden Integral mit Hilfe partieller Integration.

$$\int_0^{2\pi} x \sin(x) dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx.$$

Aufgabe 2

a) Finde A, B und C , sodass

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}.$$

b) Bestimme das Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)(x+2)}.$$

Aufgabe 3

Bestimme das Volumen des Kegels im \mathbb{R}^3 mit Höhe h und Grundfläche von Radius R . (Tipp: Integriere die Kreisscheiben-Querschnittsfläche entlang der Höhe.)

Aufgabe 4

Die Polarkoordinaten der Ebene

$$\varphi : [0, 2\pi) \times [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad \varphi(\theta, r) = r(\cos \theta, \sin \theta)$$

geben eine Parametrisierung, die in der Transformationsformel verwendet werden kann.

a) Bestimme den Volumenfaktor $|\det(D\varphi)|(r, \theta)$.

b) Die Einschränkung von φ auf das Rechteck $[0, 2\pi) \times [0, R]$ gibt eine Parametrisierung der Kreisscheibe von Radius R

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

Bestimme den Flächeninhalt dieser Scheibe unter Verwendung der Transformationsformel und φ .