Probeklausur

Die tatsächliche Klausur wird von Aufbau, Umfang, Schwierigkeitsgrad und Aufgabentypen her ähnlich zu dieser Probeklausur sein. Jede Aufgabe wird dann 10 Punkte geben; zum Bestehen wird die Hälfte der Punkte nötig sein. Die Bearbeitungszeit wird 120 Minuten betragen.

Aufgabe 1

Sei A die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimme die Determinante $\det(A)$, das charakteristische Polynom charpol(A) und die Inverse Matrix A^{-1}.

Aufgabe 2

Bestimme die Eigenwerte und eine Basis aus Eigenvektoren für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Seien $v, w \in \mathbb{R}^3$ die beiden Vektoren

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimme die Längen $|v|, |w|$, das Skalarprodukt $\langle v, w \rangle$ und den Winkel $\angle(v, w)$.

b) Bestimme eine Orthonormalbasis der von v und w aufgespannten Ebene $\text{span}(v, w)$.

Winkel	$0°$	$15°$	$30°$	$45°$	$60°$	$75°$	$90°$
cos	1	$(1+\sqrt{3})/(2\sqrt{2})$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	$(\sqrt{3}-1)/(2\sqrt{2})$	0
sin	0	$(\sqrt{3}-1)/(2\sqrt{2})$	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$(1+\sqrt{3})/(2\sqrt{2})$	1

Aufgabe 4

Bestimme alle lokalen Extremstellen der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (y^3 - y)e^{-x^2}.$$

Aufgabe 5

Bestimme das Integral von $x^2 + y^2$ über die Kreisscheibe von Radius 1,

$$\int_{\{x^2+y^2\leq 1\}} x^2 + y^2 \; d(x,y).$$