

Darstellungstheorie endlicher Gruppen

- 1. Gruppen:** Definition, Beispiele: abelsche Gruppen, S_n , A_n , Diedergruppen, $Gl_n(\mathbb{F}_q)$, Morphismen, Gruppenoperationen, Untergruppen, Nebenklassen, Normalteiler.
- 2. Darstellungen, Reduzibilität:** Definition einer Darstellung, Matrizenform, Isomorphie, elementare Beispiele: triviale Darstellung, Charaktere, reguläre Darstellung, Permutationsdarst., evtl. weitere Beispiele, Unterdarst., Komplemente, irreduzible Darst., (nicht eindeutige) Zerlegbarkeit in irred. Darst. [S], 1.1 - 4
- 3. Konstruktionen neuer Darstellungen, Charaktere:** Summe, Tensorprodukt, symmetrisches und alternierendes Produkt von Darstellungen, Definition von Charakteren, Eigenschaften, Verhalten für \oplus , \otimes , ... [S], 1.5 - 2.1
- 4. Charaktere II:** Schurs Lemma, elementare Anwendungen, Orthogonalitätsrelationen und Folgerungen, Zerlegung der regulären Darstellung. [S], 2.2 - 4
- 5. Charaktere III:** Anzahl der irreduziblen Darstellungen, Beispiel: S_3 , kanonische und explizite Zerlegung. [S], 2.5 - 7
- 6. Untergruppen, Produkte, induzierte Darstellungen:** abelsche Untergruppen, Darstellungen von $G_1 \times G_2$, Definition von induzierten Darstellungen, Beispiele, Existenz und Eindeutigkeit, Charakter. [S], 3
- 7. Beispiele:** zyklische Gruppen, Diedergruppen, A_4 , S_4 . [S], 5
- 8. Die Gruppenalgebra:** $\mathbb{C}[G]$ (evtl. auch $K[G]$), Zerlegung von $\mathbb{C}[G]$, Zentrum, Eigenschaften ganzer algebraischer Zahlen, Ganzheit von Charakteren, Anwendungen. [S] 6.2 - 5
- 9. Darstellungen von S_n :** Beschreibung der irreduziblen Darstellungen, Young-Tableaus, Beispiel: $n = 4$, Ganzzahligkeit der Charaktere. [FH], 4.1 - 2, evtl. [NS], II, §3
- 10. Mackeys Irreduzibilitätskriterium für induzierte Darstellungen:** Induktion, Charakter der induzierten Darstellung, Frobenius-Reziprozität, Mackeys Irreduzibilitätskriterium. [S], 7
- 11. Beispiele für induzierte Darstellungen:** Normale Untergruppen und Anwendung auf den Grad irreduzibler Darstellungen, semidirekte Produkte, auflösbare Gruppen, Darstellungen von p -Gruppen. [S], 8
- 12. Burnside's Satz über die Auflösbarkeit von Gruppen der Ordnung $p^a q^b$.** [D], §6
- 13. Satz von Artin:** $R(G)$, Satz von Artin mit zwei Beweisen. [S], 9
- 14. Satz von Brauer:** p -reguläre Elemente, p -elementare Untergruppen, Satz von Brauer. [S], 10

Literatur

- [S] J.-P. Serre, Linear Representations of Finite Groups
- [D] L. Dornhoff, Group representation theory, Part A
- [FH] W. Fulton, J. Harris, Representation Theory
- [NS] M. A. Naimark, A. I. Stern, Theory of group representations

Infoveranstaltung: Dienstag, 24.01.2012, 16 - 18 Uhr (gr. Hörsaal)
Vorbesprechung: Donnerstag, 02.02.2012, 14 Uhr (Raum N 0.003)