

**Lineare Algebra II**  
**Präsenzaufgaben, Teil 5**

**Aufgabe 5**

Wie sieht die Polarzerlegung einer Diagonalmatrix in  $GL_n(\mathbb{C})$  aus?

**Aufgabe 6**

Sei  $A \in U(n)$ . Zeige:  $|\text{Spur}(A)| \leq n$ . Wann gilt Gleichheit?

**Aufgabe 7**

Sei  $V$  ein unitärer Vektorraum,  $\varphi$  ein Endomorphismus von  $V$  und  $\varphi^*$  der adjungierte Endomorphismus. Zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- i)  $\varphi$  ist normal.
- ii) Alle mit  $\varphi$  kommutierenden Endomorphismen kommutieren auch mit  $\varphi^*$ .

*Hinweis:* Blatt 4, Aufgabe 2.

**Aufgabe 8**

Berechne die Polarzerlegung und eine Cartan-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}.$$