Dr. E. Viehmann WS 2009/10

Algebra II – Kommutative Algebra
11. Übungsblatt

Aufgabe 1:
Zeigen Sie, daß es genau ein Repräsentantensystem von $\mathbb{F}_p = \mathbb{Z}_p/(p)$ in $\mathbb{Z}_p$ gibt, das unter Multiplikation abgeschlossen ist.
Hinweis: Verwenden Sie (ohne Beweis) den kleinen Satz von Fermat.

Aufgabe 2:
Sei A ein noetherscher Ring, $I \subseteq A$ ein Ideal und $\widehat{A}$ die I-adische Komplettierung von A. Ist dann $x \in A$ kein Nullteiler, so ist das Bild von x in $\widehat{A}$ ebenfalls kein Nullteiler.

Aufgabe 3:
Sei A ein noetherscher Ring. Zeigen Sie, daß $A[[X_1, \dots, X_n]]$ eine treuflache A-Algebra ist.

Aufgabe 4 (Satz über inverse Funktionen):
Sei R ein Ring und seien $f_1, \dots, f_n \in R[[X_1, \dots, X_n]]$ mit konstanten Koeffizienten 0. Sei $\varphi : R[[X_1, \dots, X_n]] \to R[[X_1, \dots, X_n]]$ mit $X_i \mapsto f_i$. Sei J die Jacobi-Matrix $(\partial f_i / \partial X_j)_{i,j}$. Zeigen Sie, daß φ genau dann ein Isomorphismus ist, wenn $\det(J(0))$ eine Einheit in R ist.

Abgabe: Donnerstag, 14. Januar 2010.

Homepage:
http://www.math.uni-bonn.de/people/viehmann/kommalg/