

Einführung in die Algebra

4. Übungsblatt

Aufgabe 1:

Sei p eine Primzahl. Sei G eine Gruppe mit $|G| = p^2$. Zeige mithilfe der Bahnengleichung, dass G abelsch ist.

Aufgabe 2:

Sei $n \geq 2$. Zeige, dass die symmetrische Gruppe S_n von den Zykeln (12) und $(12 \dots n-1 n)$ erzeugt wird.

Aufgabe 3:

Sei $SL_2(\mathbb{F}_2)$ die Gruppe der invertierbaren 2×2 -Matrizen mit Einträgen aus dem Körper mit zwei Elementen \mathbb{F}_2 .

- a) Zeige, dass $SL_2(\mathbb{F}_2) \simeq S_3$.
- b) Bestimme alle Transpositionen (d.h. alle Elemente der Ordnung 2) in $SL_2(\mathbb{F}_2)$.

Aufgabe 4:

Sei G eine abelsche Gruppe von endlicher Ordnung n . Sei p eine Primzahl mit $p|n$. Zeige, dass G ein Element der Ordnung p enthält.

Anmerkung: Später werden wir sehen, dass dies auch richtig ist, wenn G nicht abelsch ist.

Abgabe: Donnerstag, 8. November 2012.